

Title	2次元周期的変調磁場中の量子輸送現象((2)メソスコピック系における量子カオスと量子輸送,京大基研短期研究会「量子カオス：理論と実験の現状」,研究会報告)
Author(s)	吉田, 順司
Citation	物性研究 (2003), 80(1): 111-115
Issue Date	2003-04-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/97523
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

2次元周期的変調磁場中の量子輸送現象

上智大学 理工学部 吉田 順司¹

Sine型変調磁場中2次元電子系における量子輸送現象を、数値シミュレーションにより研究した。この系に対し、エネルギー準位統計とコンダクタンスを求めるという2つのアプローチを用いた。準位統計からは2次元電子系に印加する変調磁場の空間対称性に依存したユニバーサリティークラスが得られ、端子の付いた系ではこれまで形状に起因した量子カオス系において観測されていた普遍的コンダクタンス揺らぎやフラクタル的コンダクタンス揺らぎが見られた。それらの結果から、変調磁場系2次元電子系における量子輸送現象を理解する上では、変調磁場の空間対称性が重要な役割を担っていることが分かった。

1 はじめに

高移動度 AlGaAs-GaAs ヘテロ半導体表面に微細加工を施すことにより、スタジアムやシナイ型などの任意の形状をもったサブミクロンサイズの量子ビリヤード系が作成される。このような系では非可積分形状に起因した量子カオス現象が観測され、実験・理論共に精力的に研究されている [1, 2, 3]。また、試料表面に強磁性体や第2種超伝導体を配置することで空間的に変調された磁場の印加された2次元電子系が実現され、1・2次元周期的、又はランダムな変調磁場の系において輸送現象などに変調磁場系に大変興味深い結果が得られている [4, 5, 6]。このような変調磁場系の古典粒子運動はカオス的である事が知られており、量子カオス的現象が変調磁場系においても観測されると期待される。

我々は、可積分系に Sine 型の空間変調磁場が印加された2次元電子系の量子輸送現象を、数値シミュレーションにより解析した。この系に対して、エネルギー準位統計と2端子コンダクタンスの振舞いを調べるという2つのアプローチを用いて調べた。

¹E-mail: j-yoshid@sophia.ac.jp

2 モデル

変調磁場の印加された2次元電子系を記述する為に tight-binding ハミルトニアンを用いた。

$$H = - \sum_{\langle i,j \rangle} V_{i,j} C_i^\dagger C_j, \quad V_{i,j} = t \exp(i\theta_{i,j}), \quad (1)$$

ここでは格子定数 a の正方格子を考える。 C_i^\dagger 、 C_j はそれぞれ生成・消滅演算子であり、 $V_{i,j}$ はパイエルス位相因子を含んだ遷移積分である。空間変調磁場として次式で表されるものを用いた。

$$B_M(x, y) = B_M^0 (\sin[c(x - \delta x)] \sin[c(y - \delta y)])^\alpha \quad (2)$$

$c = 2\pi/L$ は変調の周期、 L は系の大きさである。 B_M^0 、 α 、 δx 、 δy は変調磁場を特徴付けるパラメータであり、 B_M^0 は変調磁場強度の最大値、 α は形状の勾配、 δx と δy は系の空間対称性をコントロールする。エネルギー単位として遷移エネルギー t 、長さの単位は格子定数 a を用いた。このモデルでは不純物散乱が無く、外部一様磁場も印加されていない状況を考えている。

このような系において、変調磁場の α 偶奇性や空間対称性の違いが、エネルギー準位統計やコンダクタンスの振る舞いにどのように影響するのかを調べた。

3 エネルギー準位統計

これまでも非可積分系の準位統計は研究されており、波動方程式の境界条件に起因した準位反発が見られている。本研究では、形状は可積分系であるが変調磁場を印加することで起こる準位反発への影響を調べた。式(2)で表される系のサイズを $L/a = 40$ とし、空間対称性がある場合 ($\alpha = 1, 3$ の場合 $\delta x = \delta y$ 、 $\alpha = 2, 4$ の場合 $\delta x \delta y = 0$ 又は $\delta x = \delta y$) と無い場合 ($\alpha = 1, 3$ の場合 $\delta x \neq \delta y$ 、 $\alpha = 2, 4$ の場合 $\delta x \neq \delta y$ かつ $\delta x \delta y \neq 0$) の各々についてランダムな $\delta x, \delta y$ を 200 サンプル選んだ。そのようにして得られたハミルトニアン行列を Householder 法で数値対角化し、得られた固有値からアンフォールディングされた最隣接準位間隔 s の分布関数 $P(s)$ を求めた。

ここで気を付けることは、変調磁場強度が弱すぎると正方形という系の幾何学的対称性に起因した縮退が起きてしまう。反対に変調強度が強すぎると状態が等磁場線に沿って局在してしまい、量子カオスの振舞いが期待できない。よって、丁度良い強度の変調磁場を印加する必要がある。

図1は Sine 型変調磁場における準位統計の計算結果であり、GUE と GOE に一致する分布が得られた。変調磁場に空間対称性がある場合、磁場が印加されているにも関わらず分布関数は GOE と一致する。このことは、変調磁場の空間対称性

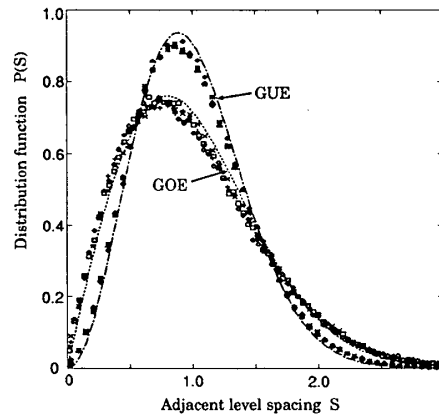


図 1: 分布関数 $P(s)$: 変調磁場に空間対称性が無い場合は GUE、対称性がある場合は GOE と一致している。 $\alpha = 1, 2, 3, 4$ における変調磁場の強さを、それぞれ $B_M^0 a^2 / \Phi_0 = 0.04, 0.06, 0.08, 0.12$ とした。ここで $\Phi_0 \equiv \frac{h}{e}$ は磁束量子。

に起因した本質的な違いのあることを示唆している。磁場があるにも関わらず空間対称性のある場合に $P(s)$ が GOE となる奇妙な振る舞いは ” 時間反転対称性の破れの崩壊 ” といい、幾何学的対称性のある量子ビリヤード系において予見されたことが変調磁場系に現れたものである [7]。

簡単に説明すると、式 (2) で表される空間対称性がある場合の Sine 型変調磁場には、 α が偶奇両方ともに $B_M(x, y) = B_M(y, x)$ という関係がある。この時 (x, y, p_x, p_y) から (y, x, p_y, p_x) へ変換する空間反転演算子 S を考えると、時間反転演算子 T と空間反転演算子 S との合成演算子 TS はハミルトニアン H と可換となる。これは、ハミルトニアンが実対称行列への置き換えが可能であることを保証する。 α が偶数の場合は x -軸や y -軸に対する空間反転に対しても同様の事が成り立っている。変調磁場に空間対称性がある場合、磁場が掛かっているにも関わらず分布関数に GOE が現れるのはこの為である。

4 コンダクタンス

準位統計は孤立系での議論であった。しかし、実際の実験では電圧・測定端子が試料に接続されており、メゾスコピック系では端子の影響を無視することは出来ない。ここでは、図 2 のように規則的形状 (正方形) をした変調磁場領域の対角位置に端子の付いた系のコンダクタンスを、反復グリーン関数法 [8] を用いて Landauer 公式から求める。

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{\mu\nu} |t_{\mu\nu}|^2 \quad (3)$$

$t_{\mu\nu}$ は透過係数であり $\mu\nu$ はそれぞれ入射、透過チャンネルである。系のサイズを $L/a = 100$ 、端子幅を $W/a = 10$ 、Fermi エネルギーを $E_F/t = 0.95$ とし、変調磁

場強度 B_M^0 を変えたときのコンダクタンスの振る舞いを調べた。この際、磁場は次式で定義される相関磁場 B_ξ でスケールした。

$$\langle (G(B_M^0) - \langle G \rangle_{av})(G(B_M^0 + \delta B_M^0) - \langle G \rangle_{av}) \rangle \propto \exp(-|\delta B_M^0|/B_\xi) \quad (4)$$

$\langle G \rangle_{av}$ は平均コンダクタンス、 $\langle \dots \rangle$ は磁場 B_M^0 に関する平均を意味する。 $|\delta B_M^0| > B_\xi$ のとき、 $G(B_M^0)$ と $G(B_M^0 + \delta B_M^0)$ は相関のない別サンプルとみなすことが出来るので、それにより分散 $\text{Var}G(B_M^0)$ を計算した。

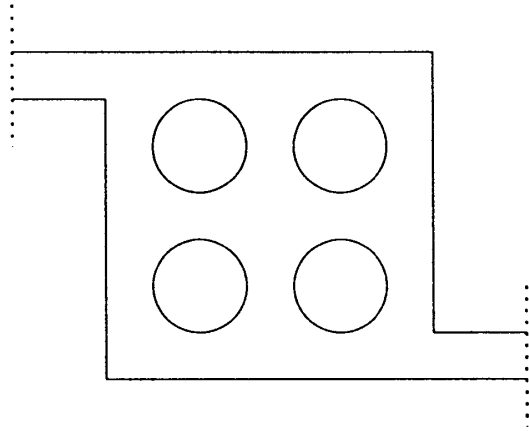


図 2: 端子のついた変調磁場系

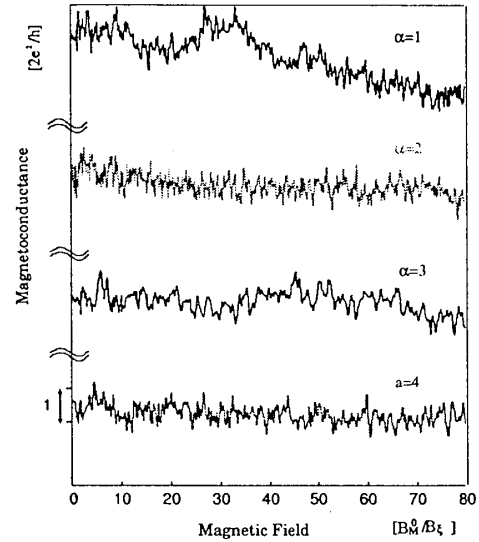


図 3: 変調磁場強度 B_M^0 の関数としてのコンダクタンス揺らぎ (空間対称性の無い場合): コンダクタンスは $2e^2/h$ 、磁場は相関磁場 B_ξ でスケールした。図の上からそれぞれ $\alpha = 1, 2, 3, 4$ に対応するコンダクタンスを示す。

表 1 は図 3 におけるコンダクタンスの分散を空間対称性のある場合 ($\delta = \delta = 0$) と無い場合 ($\delta = 13a, \delta = 7a$) とで計算した結果である。結果は空間対称性の有無に関わらず普遍的コンダクタンス揺らぎ (UCF) が見られ、この系がユニタリークラスに属することを示している。この結果は、系のユニバーサリティークラスが空間対称性に依存するという準位統計の結果と矛盾するように思われる。しかし、端子も含めた系全体として考えると、対角位置に端子の付いたこの系は空間対称性として中心点に対する点対称しかもたない。 (x, y, p_x, p_y) から $(-x, -y, p_x, p_y)$ へ変換する点対称による空間反転演算子 P を考えると H と TP は非可換であり、よって、この系の UCF の値がユニタリークラスを示すのは妥当であることが分かる。このことから、端子も含めた系全体の空間対称性がユニバーサリティークラスに影

響しており、もし、端子も含めた系全体でハミルトニアン H と TS が可換となるような空間反転演算子 S をもつ系においては、コンダクタンス揺らぎなどがオーソゴナル的な振舞いをする と期待される。

また、量子カオス系において観測されるフラクタル的コンダクタンス揺らぎ [9] が変調磁場系でも現れており、この系におけるコンダクタンスのフラクタル次元を box-counting 法を用いて評価した結果、表 1 にあるように変調磁場の空間対称性の有無に関わらず $D^* \simeq 1.5$ と見積もる事が出来た。

表 1: 図 3 におけるコンダクタンスの分散とフラクタル次元：変調磁場に空間対称性がある場合 (無い場合) の分散 $\text{Var}G(B_M^0)_{\text{sym}}(\text{Var}G(B_M^0))$ とフラクタル次元 $D_{\text{sym}}^*(D^*)$ 。

α	$\text{Var}G(B_M^0)_{\text{sym}}$	$\text{Var}G(B_M^0)$	D_{sym}^*	D^*
1	0.064	0.065	1.43 ± 0.05	1.54 ± 0.07
2	0.062	0.056	1.56 ± 0.08	1.58 ± 0.09
3	0.067	0.061	1.49 ± 0.06	1.52 ± 0.10
4	0.066	0.055	1.56 ± 0.10	1.53 ± 0.12

5 まとめ

我々は Sine 型変調磁場中 2 次元電子系の量子輸送現象を数値シミュレーションにより研究した。準位統計、コンダクタンス揺らぎ、コンダクタンスのフラクタル次元などの結果から、この系における量子輸送現象を理解する上で、変調磁場の空間対称性が重要な役割を担っていることが分かった。

参考文献

- [1] C. M. Marcus: Phys. Rev. Lett.**69** (1992) 506.
- [2] S. W. Mc Donald and A. N. Kaufman: Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 1189.
- [3] O. Bohigas et al.: Phys. Rev. Lett.**52** (1984) 1.
- [4] M. Kato, A. Endo and Y. Iye: J. Phys. Soc. Jpn. **66** (1997) 3178.
- [5] P. D. Ye et al.: Appl. Phys. Lett. **67** (1995) 1441.
- [6] J. Yoshida, T Ohtsuki and Y. Ono: J. Phys. Soc. Jpn. **67** (1997) 3886.
- [7] M. Robnik and M. V. Berry: J. Phys.A: Math. Gen.**19** (1986) 669.
- [8] T. Ando: Phys. Rev. B**44** (1991) 8017.
- [9] R. Ketzmerick: Phys. Rev. B **54** (1996) 10841.